На правах рукописи



Казанков Владислав Константинович

Моделирование аномалий в замкнутых динамических системах на основе энергетического обмена

1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Федеральная территория «Сириус» — 2026

Работа выполнена в Автономной некоммерческой образовательной организации высшего образования «Научно-технологический университет «Сириус».

Научный руководитель:

Холодова Светлана Евгеньевна
доктор физико-математических наук, доцент,
Университет ИТМО

Защита состоится 10 декабря 2026 г. в 11:00 часов на заседании диссертационного совета НТУ.1.2.2.18 при АНОО ВО «Университет «Сириус» по адресу 354340, Краснодарский край, федеральная территория «Сириус», Олимпийский пр., д.1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте АНОО ВО «Университет Сириус»
https://siriusuniversity.ru/sveden/science/obyavleniya-o-zashchitakh

Автореферат разослан 9 ноября 2026

Учёный секретарь
диссертационного совета
НТУ.1.2.2.18



Кузнецова Виктория Александровна
кандидат экономических наук

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследования. Цифровизация – один из основных трендов современности. Большинство процессов, окружающих людей, имеют некоторое модельное приближение, полученное путем формализации конкретных феноменов. Любое модельное приближение имеет некоторую рациональную предпосылку для своего существования, причем в угоду конкретных целей в моделях принимаются намеренные упрощения.

Какой бы при этом ни была модель и порождающая ее предметная область, важную роль играет класс моделей, содержащих в себе параметризированный набор собственных состояний. Данный класс моделей используется в основном для прогностических целей и позволяет решать большинство практических задач, описывающих явления в течение времени. Как уже было отмечено ранее, модель, описывающая интересующий феномен, создается при некоторых предпосылках, и как итог, сама модель может недостаточно хорошо описывать исходный феномен в каком-то аспекте, что способно приводить к не очевидным последствиям. Например, линейная теория волн, как модель, не могла в достаточной степени полностью объяснить существование такого известного природного явления как «волны-убийцы»; в классической электродинамике не удается через уравнения Максвелла описать возникновение шаровой молнии; в теории временных рядов любое значение, превосходящее на несколько порядков скользящее среднее, принято считать «выбросом», но не всегда очевидно как именно отличить «выброс» от большого значения, способного существенно повлиять на поведение всей системы. На практике же, если происходит фиксирование фактов, не вписывающихся в парадигму устоявшейся модели, то такие явления принято называть аномалиями.

Степень разработанности темы исследования. Изучение возникновения аномальных явлений подпитывается возрастающим интересом как к созданию более точных моделей, так и новых инструментов диагностики и предсказания возможных отклонений от нормального функционирования систем. Например, в

океанах возникают аномально большие волны. Они могут иметь разные формы и профили, но есть и характерные черты: внезапное возникновение, сравнительно малый временной промежуток жизни и огромный разрушительный потенциал. Этот феномен получил название волны-убийцы, ключевые исследования данного феномена проводились в работах Захарова В.Е., Пелиновского Е.Н., Дьяченко А.И., Куркина А.А. и других российских ученых. Исследование феномена волн-убийц не ограничилось только гидродинамикой, так волны-убийцы были найдены при решении обобщенного уравнения Хироты, что свидетельствует о существовании их в физико-химических и биологических системах, а также в кванто-механических системах, появляясь в результате частных решений уравнений Шредингера.

Следует отметить, что с увеличением объемов автоматизации производственных процессов становится все более важной задача обеспечения надежности работы технических устройств и систем. Аномальные явления могут снижать эффективность работы систем, приводить к авариям и потере производительности. При этом к системе могут быть выдвинуты требования повышенной безопасности, а значит, что возникновение аномальных явлений для них может быть не допустимым.

Моделирование возникновения аномальных явлений позволяет выявлять потенциальные проблемы, подготавливать системы к их возникновению, а также улучшать процессы мониторинга и управления. Подобного рода задачи регулярно возникают на промышленных предприятиях, где недопустимы сбои и остановки производства. Например в буровых системах, в виду повсеместного использования буровых систем в нефтегазовой промышленности, наличие скрытых колебаний в системе способно выводить из строя буровые установки, что как раз может быть связанно с возникновением аномалии.

Итак, несмотря на обширные исследования, первичные механизмы возникновения блуждающих волн остаются спорными, и выдвигается множество конкурирующих гипотез, к которым относятся, в частности, динамика столкновений солитонов или хаотические взаимодействия волновых полей, обусловленные воздействием ветра. Отсутствие единой теоретической парадигмы

требует разработки специализированного математического аппарата, способного согласовать эти разные на первый взгляд явления в рамках обобщенной динамической структуры.

Объект исследования. Объектом исследования являются динамические системы, в которых предполагается возможность осуществления измерения количества энергии в некотором фиксированном объеме, что и формирует динамическое состояние в системе.

Предмет исследования. Предметом исследования являются методы имитационного, математического и численного анализов для выделения и представления оценки динамических характеристик объекта исследования.

Цель исследования: повышение предсказательной способности аппаратов, моделирующих динамические системы, выделение и классификация широкого класса существующих динамических систем.

Задачи исследования:

1. Сформулировать постановку задачи математического моделирования аномальных явлений в динамических системах на основе предметной области и выделить существующие методы анализа динамических систем.
2. Разработать математический аппарат для проведения математического моделирования и анализа динамических систем, позволяющий классифицировать динамические системы и производить их характеристическую оценку.
3. Разработать математический метод исследования произвольных динамических систем, а именно, развить метод оценки динамики в системе, на основе которого разработать алгоритм и численные методы для проведения комплексных исследований и расширить область его применения до анализа произвольных динамических систем.
4. Разработать и реализовать программный комплекс, основанный на алгоритме и численных методах, предназначенный для проведения вычислительных экспериментов с динамическими системами. Оптимизировать алгоритм и численные методы под специфику современных вычислительных систем, разработать программный

интерфейс для удобного взаимодействия пользователя в качестве дополнительного инструмента изучения и анализа динамических систем.

5. Осуществить валидацию разработанного программного комплекса, а именно, провести тестирование на корректное поведения программного комплекса при различных пользовательских сценариях, валидировать численные методы и алгоритм.

Научная новизна работы состоит в том, что разработан математический метод, позволяющий классифицировать динамические системы. На основе метода построения классификации становится возможным качественное исследование динамики классифицированной системы. Предложен комбинированный алгоритм, улучшающий поиск корней дисперсионного уравнения с комплексными коэффициентами, что позволило улучшить производительность вычислений. Важным преимуществом предлагаемого метода является учет концепции измерительного датчика на этапе формализации, что позволяет производить оценку динамических операторов.

Представлены примеры применения разработанного метода при решении практических задач из разных предметных областей. Анализ результатов вычислительного эксперимента продемонстрировал возникновение явления инверсии магнитного поля с некоторой периодичностью.

Теоретическая значимость обусловлена предложением нового подхода к моделированию динамики в динамической системе, на основе которого демонстрируется применение разработанного метода для предсказания существования аномальных явлений в системе, а именно, получены необходимые условия существования аномальных явлений и достаточные условия отсутствия возникновения аномальных явлений в динамических системах. Дальнейшее исследование топологий динамических систем и выделение конкретных классов динамических систем могут быть фундаментом для представления новых практических результатов из конкретных предметных областей, а разработка дополнительных математических инструментов на основе предложенного подхода может быть применена в решении широкого спектра производственных

задач при проектировании сложных систем, обеспечивая более высокий уровень доверия к системе.

Практическая значимость представленного исследования обеспечена применением разработанного метода и программного комплекса к решению практических задач обеспечения более высокого уровня безопасности систем, представляющих из себя частные случаи динамических систем. Разработанный программный комплекс позволяет проводить вычислительные эксперименты, производить оценки динамических характеристик и классифицировать типы динамических систем, а разработанный метод расширяет научно-практический инструментарий исследователей и проектировщиков динамических систем, способствуя на начальных этапах оценить возможность существования неожиданных состояниях исходной системы. Представленные методы и комплексы программ используются в работе компании ООО «Тор».

Методы исследования: анализ динамических систем на основе методов функционального анализа и нелинейной динамики физических процессов, методы редукции системы дифференциальных уравнений, методы построения стохастических дифференциальных уравнений, численный и имитационный анализ математических моделей, методы оптимизации.

Положения, выносимые на защиту:

1. Метод классификации динамических операторов, позволяющий осуществить моделирование аномальных динамических процессов в сплошных средах, основанный на правилах энергетического обмена внутри замкнутой системы, являющийся более общим по сравнению с методами теории динамических систем, но более специализированным, чем методы теории случайных процессов.
2. Теоретическое обоснование алгоритмов детектирования выбросов во временных рядах на основе классификации динамических операторов, включающее выявление необходимых условий существования аномальных явлений и достаточных условий отсутствия возникновения аномальных явлений в динамических системах.

3. Метод обработки временных рядов, позволяющий оценить динамические характеристики системы, сформировавшей исходный ряд, и спрогнозировать существование аномалий в ней, отличающийся учетом факта существования периодического режима аномальных конфигураций.
4. Численный метод поиска корней дисперсионного уравнения с комплексными коэффициентами в комплексной области, позволяющий осуществить качественный и численный анализ класса динамических систем, отличающийся линейной временной сложностью и улучшающий производительность вычислений на величину порядка 6%.

Достоверность научных положении, выводов, практических рекомендаций и аналитических результатов, полученных в ходе диссертационного исследования, подтверждается корректным обоснованием постановок задач, соответствием результатам, полученным в более частных случаях достоверными аналитическими методами, а также результатами вычислительных экспериментов и публикациями в рецензируемых научных изданиях, представлением основных положений в докладах на международных и российских конференциях, положительным опытом внедрения. Проверка алгоритма поиска корней дисперсионного уравнения проведена на случайно сгенерированных тестах и обеспеченна теоретическими выкладками, относящимися к версии алгоритма Иванисова-Полищука. Для анализа и валидации результатов исследования применялись математические системы MATLAB и Wolfram Mathematica.

Апробация результатов исследования.

Результаты исследования представлены на шести международных и шести всероссийских конференциях: 8-ой Международной научной конференции - школе молодых ученых «Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах» 2022 (Москва, Россия), Всероссийской конференции «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики» 2022 (Санкт-Петербург, Россия), XII Конгрессе молодых ученых ИТМО 2023 (Санкт-Петербург, Россия), 9-ой Международной научной конференции - школе молодых ученых «Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах»

2023 (Москва, Россия), XIII Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике 2023 (Санкт-Петербург, Россия), XVI Международной научной конференции «Дифференциальные уравнения и их приложения в математическом моделировании» 2023 (Саранск, Россия), XIII Конгрессе молодых ученых ИТМО 2024 (Санкт-Петербург, Россия), Международной научной конференции по механике «Десятые Поляховские чтения» 2024 (Санкт-Петербург, Россия), 10-ой Международной научной конференции - школе молодых ученых «Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах» 2024 (Москва, Россия), XIV Конгрессе молодых ученых ИТМО 2025 (Санкт-Петербург, Россия), 7-ая Школа молодых учёных в рамках Российского форума «Микроэлектроника» (Федеральная территория Сириус, Россия), 11-ой Международной научной конференции - школе молодых ученых «Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах» 2025 (Москва, Россия).

Внедрение результатов работы. Разработанный программный комплекс внедрен и используется во внутренних пакетах продукта «Элкат» компании ООО «Тор». Успешность внедрения подтверждается соответствующим актом.

Личный вклад автора состоит в выполнении основного объема приведенных в диссертационной работе теоретических исследований и вычислительных экспериментов. Автором лично проведен анализ современных подходов к решению задачи обоснования возможности существования аномальных явлений в динамических системах, разработан математический аппарат, моделирующий поведение динамической системы с учетом концепции измерительного прибора, разработан и реализован численный метод поиска корней дисперсионного уравнения с комплексными коэффициентами в комплексной области. Подготовка ключевых публикаций проводилась с совместно с соавторами, при этом вклад автора был основным.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 10 публикациях. Из них три изданы в журналах, рекомендованных ВАК, семь опубликованы в изданиях, индексируемых в базе цитирования Scopus.

Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ, номер 2025665003 «Программный комплекс для моделирования динамических систем и поиска аномалий».

Объем и структура диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и приложения. Материал изложен на 136 страницах машинописного текста, содержит 127 наименований источников, включает 28 рисунков и 3 таблицы.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** описана краткая характеристика работы, а именно: обосновывается актуальность, практическая значимость и степень разработанности темы диссертационного исследования; определены объект и предмет исследования, поставлены цели и задачи исследования, указаны основные методы, используемые в работе, представлены результаты, выносимые на защиту, обладающие научной новизной, отмечены их теоретическая и практическая значимости; обоснована достоверность и представлено внедрение результатов исследования, отмечен личный вклад автора диссертационного исследования в представленную работу, описана структура диссертационной работы и апробация результатов исследования перечнем докладов на конференциях и списком публикаций автора исследования по теме диссертационной работы.

В **первой главе** особое внимание уделяется обзорному анализу прикладной области, которая является отправной точкой для тестирования и валидации разрабатываемых алгоритмов и методов, а именно, рассматривается моделирование динамических систем, предлагается альтернативный аппарат для моделирования динамики в системе, являющийся более общим по сравнению с методами теории динамических систем, но более специализированным, чем методы теории случайных процессов. Представляется обзор существующих подходов моделирования динамических процессов и построения соответствующих моделей, разнообразие которых наглядно иллюстрирует сложность выбора наиболее эффективного модельного приближения реального физического явления. Возникает необходимость тщательного анализа и выбора наиболее адекватного метода, в виду того, что результат использования одной модели упускает из виду то, что доступно для других моделей.

В результате анализа становится ясно, что имеются сложности с применением устоявшихся моделей для поиска в них аномальных явлений, из-за чего возникает

необходимость в обобщении похожих, но не одинаковых результатов. Для преодоления этого вызова разрабатывается новый математический метод, позволяющий решить поставленную задачу, который используется в качестве основного инструмента в диссертационной работе.

Раздел 1.1 содержит обзор существующих методов моделирования динамических систем и подходов к моделированию, а также представление некоторых ключевых направлений исследований динамических систем не только с точки зрения теоретических изысканий, но и в прикладных областях. Рассматривается актуальность исследования устройства динамических систем и подходы к их моделированию.

В разделе 1.2 подробно рассматривается новый подход к проблеме возникновения экстремального явления, известного в океанологии как «волны-убийцы». Волны убийцы — это чаще всего единичные, аномально высокие волны, которые возникают в морской среде, благодаря механизмам, принципиально отличным от классической линейной теории волновой динамики. Эти волны, характеризующиеся своей кратковременной и сильно локализованной природой, не поддаются систематическому описанию в рамках классической линейной волновой теории. Неспособность линейных моделей объяснить их более высокую частоту возникновения подчеркивает критическую роль нелинейных взаимодействий.

Несмотря на обширные исследования, первичные механизмы возникновения блуждающих волн остаются спорными, и выдвигается множество конкурирующих гипотез, к которым относятся, в частности, динамика столкновений солитонов или хаотические взаимодействия волновых полей, обусловленные воздействием ветра. Отсутствие единой теоретической парадигмы требует разработки специализированного математического метода, способного согласовать эти нелинейные явления в рамках обобщенной динамической структуры.

Предлагаемый математический метод позволяет рассмотреть традиционную теорию динамических систем с иной точки зрения, более уместной для решения практических задач. Такая особенность возникает благодаря специализации

формализованного метода, а именно, использованию в качестве важного аспекта «измерительного датчика», который является неотъемлемой частью динамической системы.

Рассмотрим сплошную среду V. Произведем ее разбиение на непересекающиеся объемы v_i, и зафиксируем их. Определим для любого v_i линейный функционал $J_t : V \to W \subset \mathbb{R}^+$, где параметр $t \in T \subset \mathbb{R}^+$ описывает непрерывное время. Обозначим за $w_i(t)$ энергетическую оценку каждого объема v_i в момент времени t, определяемую по формуле:

$$J_t(v_i) = w_i(t),$$

где каждое число $w_i(t)$ отображает количество единиц энергии в объеме v_i. Так как $W-$ множество всех оценок,то тогда в замкнутой динамической системе для любого элемента $w_i(t) \in W$ существует двухпараметрическое семейство замкнутых операторов

$$\mathfrak{D} = D_t : W \to W,$$

таких, что при $t = 0$

$$D_0 = I,$$

и $\mathfrak{D} \subset C^1(T)$. Результат действия оператора D_t характеризует динамику энергии в энергетическом пространстве.

Пусть $\Delta\tau-$ промежуток времени, принимаемый за условную единицу, тогда следующая запись описывает динамический процесс:

$$(D_{n\Delta\tau}(w))^n = J_t(v_i),$$

где $n \in \mathbb{N}$ количество временных интервалов. Величину $\Delta\tau$ также можно интерпретировать как параметр дискретизации времени t, поэтому, если $\Delta\tau \to 0$, то и $n \to \infty$. При этом можно сформировать иерархию классов динамических операторов относительно скорости роста нормы в энергетическом пространстве H, а именно, справедлива оценка для нормы оператора $D_t \in \mathfrak{K}_p$, где $\mathfrak{K}_p-$ класс динамических операторов, $p-$ порядок скорости роста, а «$\uparrow$» обозначение гипероператор по Кнуту при $p \geqslant 2$

$$\sum_{k=1}^{t} 2\omega \uparrow^{p-2} k \leqslant ||D_t||_H \leqslant \sum_{k=1}^{t} 2\omega \uparrow^{p-1} k,$$

где $\omega \in \mathbb{R}^+$. Наиболее интересным для детального изучения является класс динамических операторов $\mathfrak{K}_2$ таких, что для любого динамического оператора $D_t \in \mathfrak{K}_2$ верна оценка:

$$\omega(n+1)n \leqslant ||D_t||_H \leqslant \frac{2\omega(1-(2\omega)^n)}{1-2\omega},$$

так принадлежность к этому классу или последующим является необходимым условием существования аномалий в динамической системе.

Заметим, что класс операторов $\mathfrak{K}_2$ содержит в себе набор полугрупп операторов D_t, описывающих эволюционный процесс, то есть, существует оператор $D_t(w) = \partial w(t, v^*)/\partial t$, такой, что справедлива следующая запись

$$\frac{\partial w(t, v^*)}{\partial t} = J_t(v_i),$$

где v^*- некоторый зафиксированный объем. При этом важно заметить, что без потери общности существует прямое соответствие предлагаемого математического аппарата с теорией случайных процессов, а именно, достаточно предположить, что поведение оператора D_t в момент времени t зависит только от момента $t-\Delta\tau$. Тогда оператор D_t можно трактовать как марковский процесс с точностью до определения сигма-алгебры событий и множества элементарных исходов.

В разделе 1.3 исследуется соотношение между количеством энергии и высотой волны при учете, что движение волн предполагается плоским. Пусть

$$H(x,y,t) = H_0(x,y) + \eta(x,y,t),$$

где $H_0(x,y)-$ толщина жидкого слоя в состоянии покоя, а $\eta(x,y,t)-$ малое возмущение.

Если рассматривать волны в несжимаемой среде, протекающие под действием силы тяжести, то энергия волн состоит из кинетической энергии движения отдельных частиц жидкости и из потенциальной, происходящей от того, что

центр тяжести жидкости при ее волновом движении лежит выше, чем при равновесии.

Вычисляя потенциальную энергию, приходящуюся на длину λ, рассматривается элемент dx, тогда под осью Ox будет находиться объем жидкости ηdx, масса которого соответствует объему $\rho\eta dx$. Центр тяжести будет лежать на высоте $\eta/2$, следовательно, потенциальная энергия силы тяжести будет равна

$$\Delta E_p = \rho\eta^2 dx/2.$$

Тогда потенциальная энергия, приходящаяся на длину, λ вычисляется по формуле

$$E_p = \frac{1}{2}\rho g \int_0^{\lambda} \eta^2 \, dx.$$

Следовательно, $E \sim a^2$, где $a-$ амплитуда волны. Этот результат общий для волновых движений.

Существуют разные способы оценки высот морских волн h. Самый широко используемый – вычисление расстояния от подошвы встречной волны до ее гребня. У этого способа есть недостатки, а именно, проблема в том, что существует подошва, идущая за гребнем, которая может находиться на ином расстоянии, нежели предыдущая подошва. Такая ситуация приводит к неоднозначной оценке высоты, так как подошва за гребнем волны может находиться существенно выше, из-за чего надвигающаяся волна будет казаться крайне опасной для морского судна, но не являться таковой на самом деле. Для решения этой проблемы применяется альтернативный способ оценки высоты волн, а именно, через расстояние между гребнем волны и среднеарифметическим значением между подошвами, окружающими гребень.

Вне зависимости от выбора способов оценки высоты вол в океане, можно предположить без потери общности, что высота волны h примерно соотносится с удвоенной амплитудой волны a. То есть

$$h \sim 2a,$$

следовательно количество энергии в волне E имеет следующее соотношение с высотой волны

$$E \sim a^2 \sim \frac{h^2}{4}.$$

Во **второй главе** диссертационного исследования применяется разработанный математический метод для исследования конкретных динамических систем из разных предметных областей. Применение нового метода позволяет сформировать новые гипотезы о законах функционирования динамических систем, а также более детально изучить устройство динамических систем. В рамках предложенного метода удается исследовать динамические системы через модельное приближение в виде временных рядов.

Раздел 2.1 посвящен подробному рассмотрению вычислительного эксперимента и применению к его интерпретации методов анализа временных рядов. На рисунке (1) представлена визуализация волнограммы, полученной в результате вычислительного эксперимента. Волнограмму можно интерпретировать в качестве временного ряда X_t. Тогда для оценки высоты каждой волны можно использовать следующую формулу:

$$J_t = x_{mx} - (x_{mf} + x_{ms})/2,$$

где $x_{mx}-$ высота гребня волны а x_{mf} и x_{ms} ближайшие подошвы, окружающие гребень.

На рисунке (2) представлен результат преобразования временного ряда X_t в Y_t, который отображает изменение высоты волны с течением времени.

Согласно амплитудному критерию, во временном ряде Y_t зафиксировано 25 аномальных волн, которые при достаточно большом волновом фоне можно назвать волнами-убийцами. Для временного ряда Y_t можно задать оценку локальной равномерности $\mu(U_n)$, как среднеквадратичное отклонение, рассчитанное для множества $U_n \subset Y_t$, где $n-$ количество элементов в множестве U_n. Оказалось, что оптимизация следующей целевой функции

$$\rho(n) = \frac{1}{25} \sum_{t \in T} \left(\mu_t(U_n)\right)^2 \to \min$$

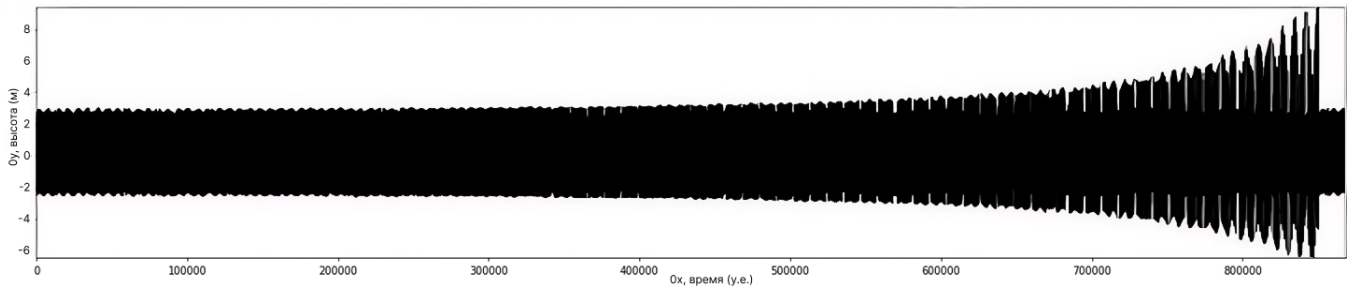


Рисунок 1 — Визуализация вычислительного эксперимента

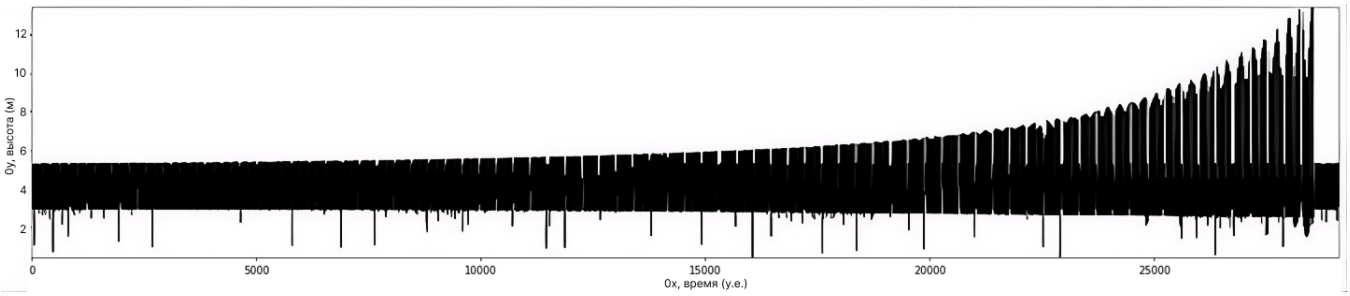


Рисунок 2 — Высота волн

позволила подтвердить гипотезу о периодической природе возникновения аномальных явлений в среди динамических систем из класса $\mathfrak{K}_2$. При этом метод поиска значения числа n через анализ частотных характеристик приводит к такому-же результату.

На рисунке (3) изображена функция $\mu_t(U_{17})$, где значение 17— простое число, найденное в результате оптимизации целевой функции $\rho(n)$; красным цветом обозначены точки – моменты времени возникновения аномальных явлений в частном случае волн-убийц.

Раздел 2.2 посвящен применению разработанного метода математического моделирования к описанию социальной динамики формирования мнений, а также анализу построенной модели на содержание в ней аномалий. Как правило, предполагается, что динамика описания мнений должна приходить

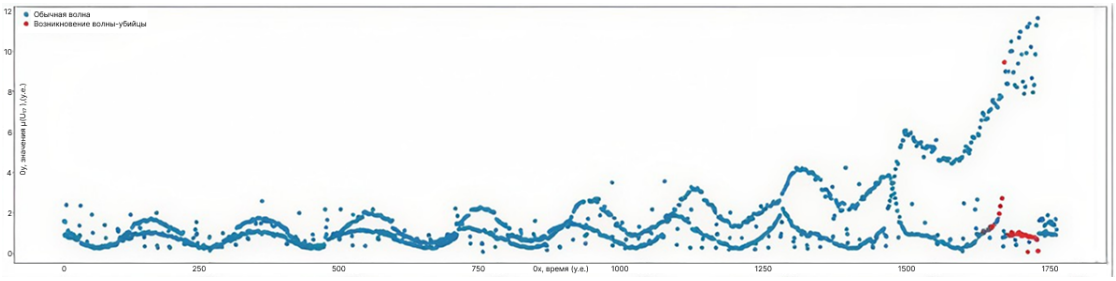


Рисунок 3 — Поточечный график $\boldsymbol{\mu}(U_n)$

к некоторому завершенному состоянию, то есть, выходить на стационарный режим. В результате формирования стационарного режима возможны сценарии образования кластеров или всеобщий консенсус.

В процессе моделирования производится учет концепции идеального мнения, на основе которого каждый агент формирует индивидуальное представление с учетом его персональных искажений.

Математическая модель рассматриваемого процесса представима в виде системы стохастических дифференциальных уравнений с начальными условиями:

$$\begin{cases} \dfrac{dv(t)}{dt} = \mathbf{D}\left(X, v\right) + \mathbf{J}\left(v\right), \\ v(0) = v_0. \end{cases} \tag{1}$$

С учетом всех определенных компонент оператора искажения $\mathbf{D}(X, v)$ и оператора влияния $\mathbf{J}(v)$ уравнение динамики мнений из системы (1) для m_i участника можно представить в координатном виде для функции $g_i(t)$:

$$\frac{dg_i(t)}{dt} = a_i X(t) - g_i(t) + \sum_{i}^{n} \sum_{j}^{n} b_{ij}(g_j(t) - g_i(t)). \tag{2}$$

Для демонстрации результата моделирования рассматривается коллектив, состоящий из трех агентов n_1, n_2, n_3. Возможные сценарии представлены на рисунках (4) и (5). На рисунке (4) происходит выход на стационарный режим, при

этом функции g_i, описывающие значения индивидуального мнения становятся не различимы.

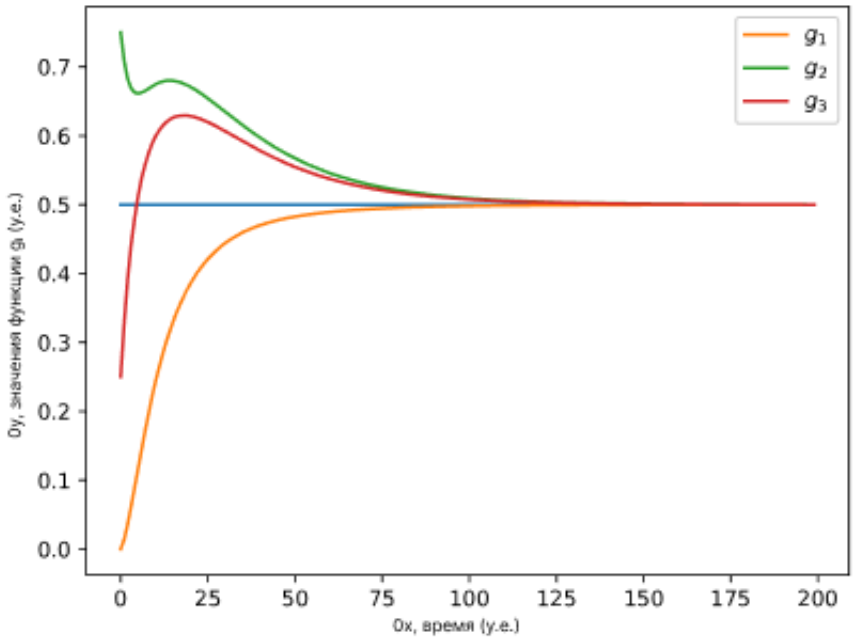


Рисунок 4 — Достижение консенсуса

На рисунке (5) можно заметить, что каждый агент g_i с течением времени отклоняется от синей линии, описывающей объективное мнение, при этом мнение каждого g_i агента следует собственной траекторией — наглядная демонстрация отсутствия сходимости к единому мнению.

Динамику в уравнении (2) описывает оператор $D_t = a_i X(t) - g_i'(t)$, следовательно, $D_t \in \mathfrak{K}_2$ при этом справедливы следующие оценки:

$$0 \leqslant ||D_t|| \leqslant ||a_i X(t)|| + ||g_i'(t)|| < \infty.$$

В разделе 2.3 применяется разработанный математический метод для исследования аномалий, возникающих при пластических деформациях некоторых сплавов. Больше внимание уделено связи между Эффектом

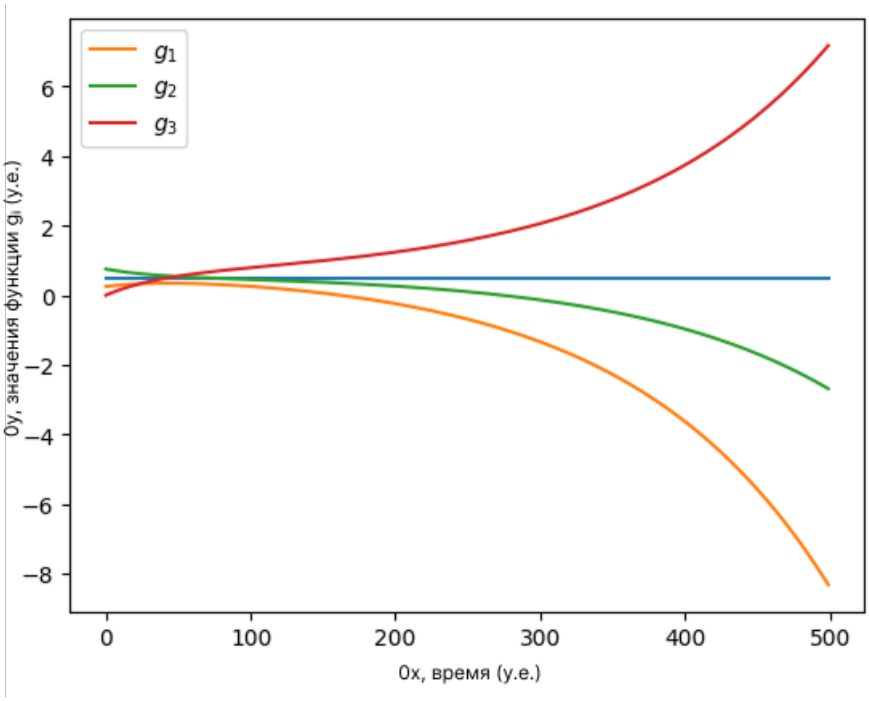


Рисунок 5 — Отсутствие коллективного решения

Портевена-Ле Шателье и возникающими аномалиями при пластический деформации металов.

Для детального исследования взаимосвязи была проведена серия экспериментов, в ходе которых специально подготовленные детали подвергались разрыву на установке. Всего было использовано четыре плоских образца из нагартованного сплава А5Н с содержанием примесей не более 0.5, а также одна плоская деталь из сплава титана Ti-8Al-1Mo-1V с содержанием примесей не более 0.5 процента.

Обработка экспериментальных данных включает в себя следующие этапы: интерполяцию, линейную нормировку данных, вычленение интервалов возникновения эффекта Портевена-Ле Шателье.

Матрица корреляции представлена на рисунке (6).

На последнем этапе предобработки данных по каждому образцу алюминия детектируется момент появления эффекта Портевена-Ле Шателье, также

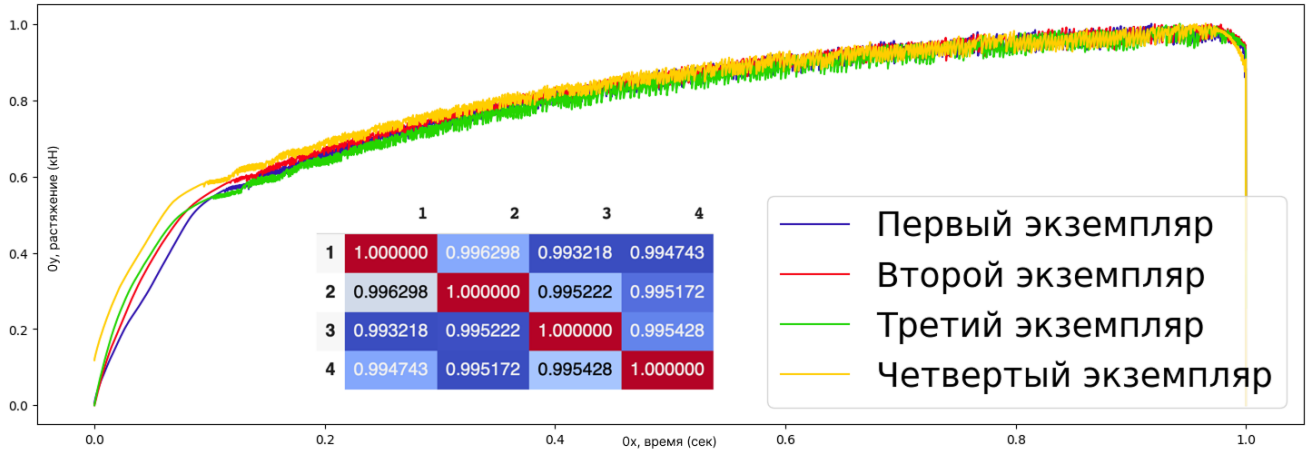


Рисунок 6 — Экспериментальные данные образцов алюминия А5Н

вводится понятие момента возникновения флуктуаций, под которым подразумевается первый момент достижения первого локального максимума с момента начала проведения эксперимента. Вводится понятие класса эквивалентности волн $[h]$ для построения распределения высоты волн. Для этого достаточно ввести отношение эквивалентности, а именно, h_i эквивалентен h_j, если выполняется следующее соотношение:

$$round\left(\frac{h_i}{\delta}\right) = round\left(\frac{h_j}{\delta}\right),$$

где $\delta-$ параметр ширины класса эквивалентности. На рисунках (7) и (8) представлены распределения высоты волн для одного из образцов сплава А5Н при различных δ.

При исследовании параметра δ, можно сделать вывод: δ обратно пропорционально числу классов эквивалентности $[h]$, при $\delta << 1e-6$ распределение практически является равномерным на отрезке [0,1]. Наиболее информативная картина получается при $\delta = 0{,}01$. Это значение используется в дальнейшем.

На рисунке (9) представлена зависимость изменения оценки $\mu_n(t)$ от времени, где выделена самая минимальная траектория в соответствии со вторым



Рисунок 7 — Распределения высот волн для одного из образцов сплавов алюминия А5Н. График зависимости распределения высоты волн от растяжения для образца при $\delta = 0{,}01$ (по оси $y-$ нормированное число волн в эквивалентном классе, по оси $x-$ нормированные высоты волн)



Рисунок 8 — Распределения высот волн для одного из образцов сплавов алюминия А5Н. График зависимости распределения высоты волн от растяжения для образца при $\delta = 0{,}001$ (по оси $y-$ нормированное число волн в эквивалентном классе, по оси $x-$ нормированные высоты волн)

критерием. Красными точками обозначены зарегистрированные волны-убийцы. Видно, что после последней зарегистрированной волны-убийцы среднее значение $\mu_n(t)$ начинает убывать вплоть до разрыва исследуемого образца.

На рисунке (10) представлен результат обработки данных, полученных с разрыва образца титана, по той же методике, представленой на рисунке (9).

В **третьей главе** рассматривается применение разработанного математического метода для решения магнитогидродинамической задачи.



Рисунок 9 — Оценка образца A5H при $n = 26$

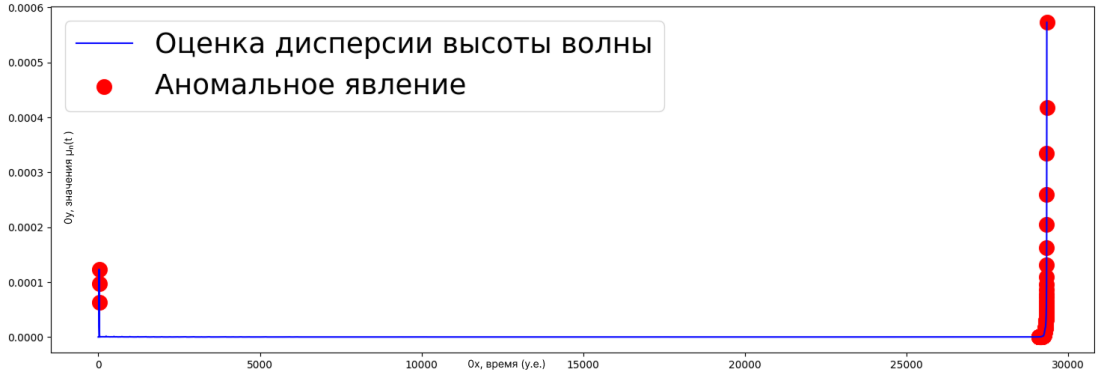


Рисунок 10 — Оценка образца Ti-8Al-1Mo-1V при $n = 26$

Рассматривается математическая постановка задачи в виде краевой задачи для системы дифференциальных уравнений в частных производных, решение которой редуцируется к одному уравнению для модифицированной функции возмущения свободной поверхности, имеющему решение в виде простой гармоники, основополагающие параметры которой удовлетворяют соответствующему дисперсионному уравнению. На основе представленного метода проводятся серии вычислительных экспериментов, позволяющих сделать качественные выводы о топологии устройства динамики и продемонстрировать эффект инверсии магнитного поля.

В разделе 3.1 рассматриваются основные направления изучения магнитной гидродинамики, а именно, обозреваются подходы к моделированию

динамически электропроводящей жидкости под воздействием магнитного поля. Рассматриваются примеры исследований магнитных жидкостей, таких как жидкие металлы, плазма и электролиты.

В разделе 3.2 представляется постановка задачи магнитной гидродинамики. А именно, динамика вращающейся несжимаемой электропроводящей жидкости описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \langle \mathbf{v} \cdot \nabla \rangle \mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} - 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} - g\mathbf{z} + \frac{1}{\mu\rho}[\mathrm{rot}\, \mathbf{b} \times \mathbf{b}],$$

$$\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} = \mathrm{rot}\left[\mathbf{b} \times \mathbf{v}\right] + \frac{1}{\mu\sigma}\Delta \mathbf{b},$$

$$\mathrm{div}\, \mathbf{b} = 0,$$

$$\mathrm{div}\, \mathbf{v} = 0,$$

с граничными условиями на поверхностях $z = h_B(x,y,t)$ и $z = Z(x,y)$ вида

$$b_z(x,y,h_B,t) = b_{z0}(x,y,t), \quad b_z(x,y,Z,t) = b_{z0}^{(e)},$$

$$v_z(x,y,Z,t) = v_x \frac{\partial Z}{\partial x} + v_y \frac{\partial Z}{\partial y},$$

$$v_z(x,y,h_B(x,y,t),t) = \frac{\partial h_B}{\partial t} + v_x \frac{\partial h_B}{\partial x} + v_y \frac{\partial h_B}{\partial y},$$

$p(x,y,h_B) = p_0$, и $b(x,y,h_B) = b_0$, где p_0,b_0– постоянные величины, h_B – свободная поверхность жидкого слоя, вращающегося со скоростью $\boldsymbol{\omega}$, p – давление, ρ – плотность, $\mathbf{b}$ – вектор магнитной индукции поля, μ – магнитная проницаемость, σ – электрическая проводимость, $Z(x,y)$ – непроницаемое твердое дно.

В случае длинных волн малой амплитуды решение исходной краевой задачи сводится к решению одного скалярного уравнения

$$\mathcal{D}\left(\mathcal{D}_t^2 + \alpha^2\right)\left(\left(\mathcal{D}_t - \frac{\Delta}{R_m}\right)\mathcal{D}_t - \frac{\mathcal{D}^2}{\mu\rho}\right)\Delta_2 \xi = \frac{b_{z0}^{(e)} - b_{z0}}{(\mu\rho)^2 H_0} \tag{3}$$

для некоторой модифицированной функции возмущения глубины слоя ξ.

Известно доказательство существования решения уравнения (3) в виде гармоники

$$\xi = Im(A\exp(i(kx + ly - \sigma t))) \tag{4}$$

как для конечных, так и бесконечного значений магнитного числа Рейнольдса, причем частота σ является решением дисперсионного уравнения

$$P_n(\sigma) = \sum_{k=0}^{n} c_k \sigma^k, \tag{5}$$

где $c_k \in \mathbb{C}$ определяются из соотношений физических величин, которые в дальнейшем будем называть физическими параметрами. Корни полинома $P_n(\sigma)$ обозначим за $\widetilde{\sigma}$. Согласно основной теореме алгебры, корней $\widetilde{\sigma}$ ровно n штук с учетом их кратностей. Каждый характеризует динамику исследуемого процесса.

Пусть $b_{z0}^{(e)} - b_{z0} = Im(\widetilde{B}exp(2i(kx+ly))exp(-i\sigma t))$, а глубина H_0 представима в виде функции

$$H_0 = Im(\widetilde{H_0}exp(i(kx+ly))),$$

тогда уравнение (5) принимает вид

$$(kb_{0x}+lb_{0y})\left(k^2+l^2\right)\left(\alpha^2-\sigma^2\right)^2\left(\sigma^2+\sigma\frac{i(l^2+k^2)}{Rm}+\frac{\left(kb_{0x}+lb_{0y}\right)^2}{\mu\rho}\right)=\frac{\widetilde{B}}{\widetilde{H_0}(\mu\rho)^2}. \tag{6}$$

В разделе 3.3 проводится качественный и численный анализ задачи, поставленной в разделе 3.2. Итоговая модель имеет ряд физических параметров, принимающих значения в безразмерном виде, а также набор программных параметров, задающих поведение работы алгоритмов. Пусть $\widetilde{\sigma} = \sigma_1 + i\sigma_2$, тогда решение ξ представимо в виде суммы гармоник

$$\xi = A\sin(kx+ly)\sin\sigma_1 t e^{\sigma_2 t}.$$

Знак мнимой части $\widetilde{\sigma}$ определяет динамику гармоники. Если $\sigma_2 < 0$, то гармоника затухает, при $\sigma_2 < 0$ наблюдается неустойчивый режим, а при $\sigma_2 = 0$ следует существование периодического режима.

На рисунке (11) представлена пространственная визуализации расположения корней, являющихся решениями дисперсионного соотношения при изменении магнитного числа Рейнольдса. Можно заметить, что левая часть изображения содержит шесть ярко выраженных ветвей корней, из которых только две ветви с

присутствием отрицательных значений мнимой части частоты для однородного уравнения, в следствии чего диффузия магнитного поля не стабилизируется на достаточно долгом временном промежутке, из-за чего возникает неустойчивый режим при $R_m > 2$.

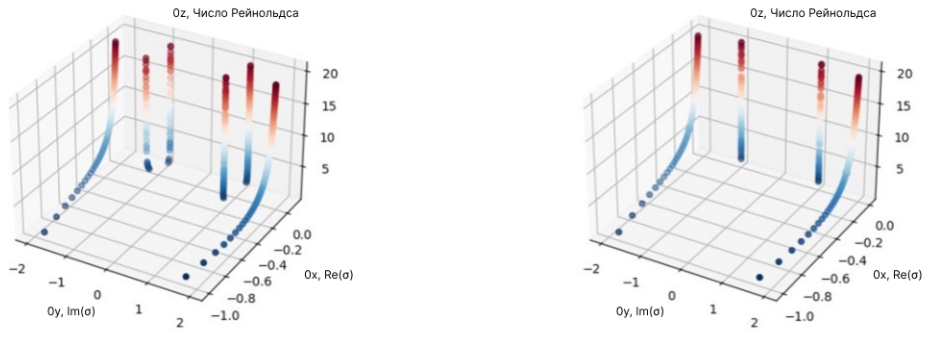


Рисунок 11 — Визуализация зависимости корней от магнитного числа Рейнольдса

При этом, если значение магнитного числа Рейнольдса значительно меньше единицы, например при $Rm = 0.01$, то существует временной интервал, в котором динамический процесс практически не отличим от периодического, а при $t \to \infty$ процесс приобретает неустойчивый характер. На рисунке (12) представлена визуализация решения.

Также благодаря разработанному программному комплексу, удается промоделировать динамику магнитного поля и зафиксировать возникновение инверсии магнитного поля, что выглядит как аномалия в динамическом процессе.

На рисунке (13) показана эволюция магнитного поля в плоскости xOy, начало динамики которого представлено на изображении в левом верхнем квадранте, и заключение — на изображении в правом нижнем квадранте.

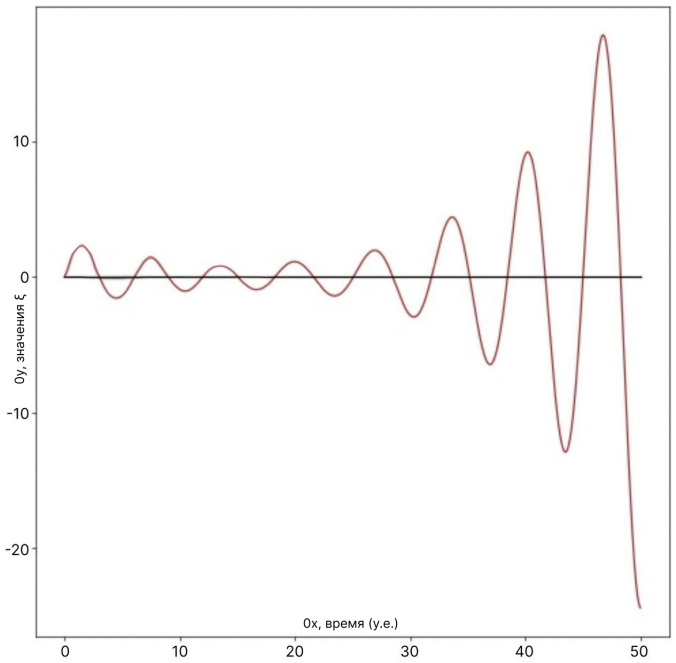


Рисунок 12 — Динамика процесса при $R_m = 0.1$

Можно заметить, что процесс имеет ярко выраженную периодическую структуру, при этом через регулярный промежуток времени происходит резкая смена направления течения силовых линий.

Четвертая глава посвящена устройству программного комплекса и алгоритмов, реализованных в нем. Проводится сравнительный анализ для оптимального выбора технологического стека для реализации функциональности программного комплекса.

В разделе 4.1 описывается устройство программного комплекса, обосновывается выбор методов реализации программного комплекса. Проведен сравнительный анализ между высокоуровневыми языками программирования C/C++ и Rust для реализации «вычислительно-нагруженного» функционала. Сделан выбор в пользу именно языка программирования Rust в виду ключевых концепций, заложенных в дизайн языка: владение, заимствование, время жизни;

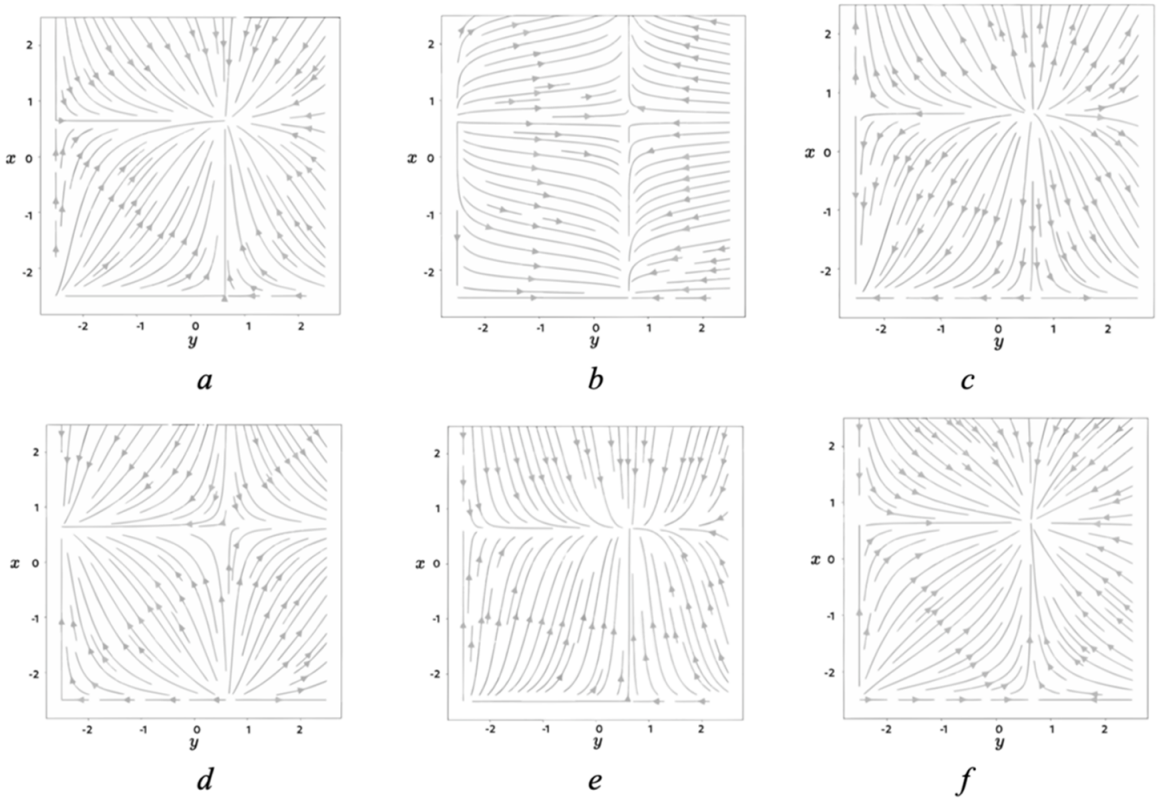


Рисунок 13 — Эволюция магнитного поля (a-f): начало(a), середина (b)-(e) и окончание (f) процесса

гарантирующих безопасность при работе с памятью на этапе компиляции. Для реализации остального функционала выбран язык программирования Python с его библиотеками и фреймворками, позволяющими использовать Rust-код.

В разделе 4.2 рассматривается набор алгоритмов, реализованных в программном комплексе, а также проведен их сравнительный анализ. На основе базовых алгоритмов предлагается комбинированный алгоритм для поиска корней полинома с линейной временной сложностью, являющийся более эффективным. Оценка эффективности получена из результатов тестирования, представленных в таблице (1). Столбцы таблицы характеризуют: итерационный метод Иванисова-Полищука(IP), алгоритм оптимизации Adam(Adam), модификацию

итерационного метода Иванисова-Полищука, использующую для оптимизации целевой функции алгоритм Adam (Combine).

Таблица 1 — Итоговое сравнение алгоритмов

	IP	Adam	Combine	total
K1	109	14	149	648
K2	124	61	164	648

Строки таблицы $K1$ и $K2$ содержат информацию об итоговом тестировании алгоритмов на выборке полиномов, сформированой определенным образом, а именно, категория $K1-$ полиномы, алгебраическая кратность одного из корней которого может соответствовать степени полинома; категория $K2$ состоит из полиномов, для которых кратность одного из корней не может быть более двух. В столбцах алгоритмов указано количество полиномов, для которых удалось найти корни.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации решена актуальная задача повышения предсказательной способности аппаратов, моделирующих динамические системы. Проведенные исследования позволили получить следующие результаты:

1. Проведен анализ существующих методов моделирования динамических систем. В результате анализа выявлена необходимость в обобщении похожих, но не одинаковых результатов и методов моделирования динамических систем с учетом возникновения аномальных явлений.
2. Сформулирована постановка задачи математического моделирования аномальных явлений в динамических системах как разработка метода формализации для описания энергетического обмена между конечными объемами, с учетом измеримости энергии.
3. Для решения задачи обобщения существующих методов исследований, связанных с возникновением волн-убийц не только в гидродинамических системах, но и в достаточно широком классе динамических систем, предложен аппарат, позволяющий рассматривать волны-убийцы в качестве частного случая возникновения аномального явления в динамической системе, а именно, разработан математический аппарат, классифицирующий динамические системы, позволяющий проводить анализ динамических систем и представлять оценку динамики путем отслеживания энергетического обмена, который позволил получить необходимые условия существования аномальных явлений и достаточные условия отсутствия возникновения аномальных явлений в динамических системах.
4. Разработан метод исследования произвольных динамических систем, позволяющий оценить возможность существования аномальных явлений в динамических системах. Продемонстрировано применение метода при вычислении характеристических оценок динамики систем в областях:

гидродинамика, магнитная гидродинамика, теория пластичности, динамика мнений.

5. Разработан программный комплекс, включающий в себя реализацию алгоритма и численных методов, позволяющий производить вычислительные эксперименты с разными конфигурациями динамических систем. Методы и алгоритмы, разработанные и использованные в рамках диссертационной работы, реализованы на языках программирования Python или Rust, использовались следующие библиотеки и фреймворки: Maturin, NumPy, Pandas, Matplotlib, SciPy, Rayon. Программная реализация алгоритмов оптимизирована для использования на многопоточных системах, разработан программный интерфейс для удобного проведения изучения и анализа динамических систем.
6. Осуществлена валидация разработанного программного комплекса путем проведения ручного тестирования программы на корректное поведение. Валидация численных методов и алгоритмов произведена методом сравнения результатов работы, полученных при использовании разработанного алгоритма с результатами, полученными аналогичными алгоритмами из математических систем MATLAB и Wolfram Mathematica.
7. Теоретический анализ аналитических и численных решений позволили установить: продемонстрирована взаимосвязь между возникновением аномалий в эффекте Портевена-Ле Шателье и его выраженностью у разных сплавов металлов зафиксировано явление инверсии магнитного поля с некоторой периодичностью, отключение внешнего магнитного поля не приводит к затуханию магнитогидродинамического процесса внутри системы, при быстром вращении слоя внешнее магнитное поле и рельеф донной поверхности оказывают несущественное влияние на динамику процесса внутри жидкого объёма, а при малых значениях параметра Кориолиса внешнее магнитное поле совместно с изменением рельефа донной поверхности приводят к возникновению неустойчивых состояний жидкого слоя.

Основные результаты работы получены при финансовой поддержке исследования, реализуемого в рамках государственной программы федеральной территории «Сириус» «Научно-технологическое развитие федеральной территории «Сириус»» (Соглашение №3-03 от 18.02.2025), позволяют расширить представление об устройстве динамических систем, а также доказывают существование аномалий в некоторых видах динамических систем. Продемонстрировано существование и возникновение аномалий в предметных областях, на первый взгляд совершенно не связанных друг с другом. Таким образом, достигаются поставленные цели диссертационной работы. Полученные результаты могут быть востребованы для дальнейшего развития изучения устройства динамических систем и для выявления большего количества междисциплинарных связей, позволяющих конструктивно перенести часть результатов из одной предметной области в другую.

В дальнейшем диссертационное исследование может быть развито в представлении достаточных условий возникновения аномалий в динамической системе, что позволит сформулировать универсальный набор практик прогнозирования возникновения аномальных явлений. При этом открытым остается вопрос о связи между топологией динамической системы и частотой возникновения аномальных явлений, на основе изучения которого возможна разработка новых подходов и алгоритмов работы с многомерными временными рядами.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Основные результаты по теме диссертации изложены в 10 публикациях. Из них три изданы в журналах, рекомендованных ВАК, семь опубликованы в изданиях, индексируемых в базе цитирования Scopus.

В международных изданиях, индексируемых в базе данных Scopus:

1. Kazankov V.K., Dorofeyeva Yu.A. (2026). Opinion Dynamics Modeling. Research Paper, 26(6), 30-38.
2. Kazankov V.K., Zaitseva E.V., Kholodova S.E. (2026). Anomalies in Microservice Software Architecture. Research Paper, 26(2), 68-79.
3. Kazankov V., Peregudin S., Kholodova S.E. Mathematical Modeling of Magnetohydrodynamic Processes in the Ocean // Springer Geology - 2023, Vol. 6, pp. 627-632
4. Kazankov V., Peregudin S., Kholodova S.E. Mathematical Modeling of Geophysical Processes in a Layer of Electrically Conductive Liquid of Variable Depth // Springer Geology - 2023, Vol. 6, pp. 331-341
5. Kazankov V., Kholodova S.E., Peregudin S.I. Mathematical Modelling of Anomalous Dynamic Processes in Geomedia // Springer Proceedings in Earth and Environmental Sciences - 2022, pp. 63-74
6. Kazankov V.K., Shmeleva A.G., Zaitseva E.V. Unstable plastic flow in structural materials: time series for analysis of experimental data // Физика и механика материалов = Materials Physics and Mechanics - 2022, Vol. 48, No. 2, pp. 208–216
7. Kazankov V., Kholodova S.E. Retrospective Analysis Methods in the Study of the Existence of Anomalous Processes in Geodynamic Systems // Springer Proceedings in Earth and Environmental Sciences - 2023, pp. 101-109

В изданиях из перечня ВАК РФ:

1. Казанков В.К., Холодова С.Е. Методы моделирования аномальных режимов динамических процессов на основе энергетической оценки //

Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2025. Т. 25, № 5. С. 971–978.

2. Казанков В.К., Холодова С.Е. Критерии прогнозирования возникновения аномальных явлений в геосредах // Процессы в геосредах - 2022. - № 4(34). - С. 1797-1803
3. Казанков В.К., Перегудин С.И., Холодова С.Е. Математический и численный анализ динамических процессов в электропроводящей сплошной среде // Процессы в геосредах - 2021. - № 4(30). - С. 1345-1356

Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ, номер 2025665003 «Программный комплекс для моделирования динамических систем и поиска аномалий».